



Universität
franco-allemande
Deutsch-Französische
Hochschule

Entanglement and Quantumness - New Numerical Approaches -

Das zentrale Thema dieser kumulativen Dissertation ist die Untersuchung der multipartiten Quantenverschränkung endlich dimensionaler Systeme. Wir entwickelten einen semidefiniten Optimisierungsalgorithmus der in einer endlichen Anzahl von Schritten erkennt, ob ein Zustand separabel oder verschränkt ist. Dieser Algorithmus ist eine Erweiterung von bestehenden semidefiniten Methoden, die keine Aussage treffen, wenn der Zustand separabel ist. Wir hingegen sind in der Lage in diesem Fall eine explizite Zerlegung in ein Gemisch aus reinen separablen Zuständen auszugeben. Dies erreichten wir indem wir das Verschränkungsproblem als mathematisches „truncated moment problem“ umschreiben, für welches es wiederum existierende numerische Lösungsmethoden gibt. Darüber hinaus entwickelten wir eine neue Art das partielle Transpositionskriterium zu formulieren, wodurch wir in der Lage waren einige existierende Verschränkungskriterien zu vereinen. Diese Reformulierung wird auch in dem neu entwickelten numerischen Algorithmus genutzt.

Die geometrischen Eigenschaften von symmetrischen zwei Qubit Zuständen wurden detailliert untersucht. Wir konnten die Frage beantworten, wie weit ein reiner Zustand von der konvexen Hülle der separablen symmetrischen Zuständen entfernt liegt. Außerdem konnten wir für gemischte Zustände eine analytische untere Schranke und eine numerische obere Schranke für diese Entfernung angeben. Für größere Qubitsysteme untersuchten wir den Ball der absolut klassischen Zustände, d.h. der symmetrischen Vielteilchen-Qubit Zustände, die unter jeder unitären Transformation separabel bleiben. Für den Radius dieses Balles um den maximal gemischten Zustand fanden wir eine analytische untere Schranke; außerdem konnten wir eine numerische obere Schranke angeben, indem wir nach einem verschränkten Zustand gesucht haben der sich so nah wie möglich an dem maximal gemischten Zustand befindet.

Die Tensor-Darstellung von symmetrischen Vielteilchen-Qubit Zuständen, oder auch Spin- j Zuständen, erlaubte uns Verschränkungseigenschaften mit dem Spektrum eines Tensors in Verbindung zu bringen, indem wir Tensoreigenwerte untersuchten. Die Definitheit dieses Tensors steht im Verhältnis zu der Verschränkung des zugrunde liegenden Zustandes und daher kann der kleinste Tensoreigenwert genutzt werden um Verschränkung zu detektieren. Allerdings sind Tensoreigenwerte komplizierter zu berechnen als die üblichen Matrixeigenwerte, was diese Untersuchung erschwerte. Darüber hinaus untersuchten wir auch das Verhältnis zwischen dem Wert des kleinsten Tensoreigenwerts und der Quantität der Verschränkung. Es stellte sich heraus, dass diese zwei für kleine Systeme von bis zu sechs Qubits stark korreliert sind. Für diese Untersuchung benötigten wir allerdings eine unabhängige Methode um die Verschränkungsstärke zu messen, da-

her entwickelten wir eine bekannte Methode weiter, die den minimalen Hilbert-Schmidt Abstand zu den separablen symmetrischen Zuständen bestimmt. Dies wurde durch eine Kombination aus einem linearen und einem quadratischen Programm erreicht. Die Tensor-Darstellung wurde auch genutzt um eine neue Klasse von "regulär zerlegbaren Tensoren" formal zu definieren, die exakt der Menge der separablen symmetrischen Zuständen entspricht.