



Sur les logiques à relation de conséquence mixte

Quentin Blomet

En logique, une *relation de conséquence* est généralement définie comme une relation entre propositions garantissant, dans un argument, la préservation de la vérité des prémisses à la conclusion. Wittgenstein définit cette notion dans le *Tractatus logico-philosophicus* de la manière suivante :

Les fondements de vérité de l'une sont contenus dans ceux de l'autre : p suit de q .
(Wittgenstein, 1922, 5.121)

Tarski, s'appuyant sur les réflexions de Carnap, introduit le concept avec une légère variation, mettant l'accent sur l'incompatibilité entre la vérité des prémisses et la fausseté de la conclusion :

Du point de vue des intuitions courantes, il est clair qu'il ne peut jamais arriver que la classe K se compose uniquement d'énoncés vrais et que l'énoncé X soit faux. (Tarski, 1936, p.414)

En logique classique, où vérité et non-fausseté coïncident, ces deux définitions sont *de facto* équivalentes. Néanmoins, ce recours à la non-fausseté ouvre la voie à des définitions alternatives de la conséquence logique. En introduisant trois valeurs de vérité, 0, 1/2, 1, l'ensemble des valeurs de vérité peut être partitionné de différentes manières. La non-fausseté correspondant désormais à l'ensemble $\{1/2, 1\}$ et la non-vérité à $\{0, 1/2\}$. Il est ainsi possible de définir une relation de conséquence préservant uniquement la valeur 1, adoptant ainsi une approche *stricte* concernant les valeurs préservées des prémisses à la conclusion. La différence avec le cas classique apparaît clairement lorsque la relation de conséquence est définie similairement à la définition de Tarski, garantissant l'impossibilité pour les prémisses de prendre la valeur 1 et pour la conclusion de prendre la valeur 0 ou 1/2. Alternativement, il est possible d'adopter une approche *tolérante*, en exigeant que les valeurs dans l'ensemble $\{1/2, 1\}$ soient préservées des prémisses à la conclusion afin qu'une inférence soit valide. Ces considérations suggèrent plus généralement que la conséquence logique puisse être définie comme la préservation nécessaire d'un *ensemble de valeurs désignées* des prémisses à la conclusion. La notion de validité exprimerait alors l'idée que, si les prémisses prennent une valeur dans cet ensemble, la conclusion prend également une valeur dans cet ensemble.

Une extension naturelle de cette approche consiste à appliquer des normes distinctes pour évaluer les prémisses et la conclusion, par exemple en passant de la non-fausseté des prémisses à la vérité de la conclusion, ou inversement. Soit, dans le cas à trois valeurs, à passer de $\{1/2, 1\}$ à $\{1\}$, ou de $\{1\}$ à $\{1/2, 1\}$, conduisant à une notion de conséquence logique encore plus permissive. Cette approche ne se limite pas à partitionner les valeurs de vérité de diverses manières ; elle permet également d'associer aux prémisses et à la conclusion des partitions distinctes. La notion de validité exprimerait alors l'idée que, chaque fois que les prémisses prennent une valeur dans le premier ensemble, la conclusion en prend une dans le second. Les relations de conséquence de ce type sont connues sous le nom de *relations de conséquence mixtes*, et les logiques basées sur ces relations sont appelées *logiques à conséquence mixte*. Ma thèse porte sur l'étude de ces logiques à conséquence mixte dans un cadre à trois valeurs.